ملخص درس الدالة الأسية النيبيرية

1- تعريف :

تسمى الدالة الوحيدة f المعرّفة و القابلة الاشتقاق على $\mathbb{R}$ و التي تحقق الشرطين $f'=f$ و $f(0)=1$.

الدالة الأسية النيبيرية و التي نرمز لها $\exp$.

2- نتائج :

- من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $\exp'(x)=\exp(x)$
- $\exp(0)=1$

3) العدد e و الترميز e^x :

- العدد e هو صورة العدد 1 بالدالة $\exp$ منه : $\exp(0)=1$

تعطينا الحاسبة : $e \simeq 2.718281.....$

- من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $\exp(x)=e^x$

4- الخواص الجبرية :

من أجل كل عددين حقيقيين x و y و من أجل كل عدد صحيح n لدينا :

- $e^0=1$
- $e^1=e$
- $e^x>0$
- $e^{x+y}=e^x\times e^y$
- $e^{x-y}=\dfrac{e^x}{e^y}$
- $(e^x)^n=e^{nx}$

5) اتجاه تغير الدالة " $\exp$ "

خاصية : الدالة " $\exp$ " متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

نتائج :

من أجل كل عددين حقيقيين x و y لدينا :

- $e^x=e^y$ يعني $x=y$
- $e^x<e^y$ يعني $x<y$
- $e^x>e^y$ يعني $x>y$

6) إشارة e^x-1 على $\mathbb{R}$:

- $e^x-1=0$ يعني $x=0$
- $e^x-1<0$ يعني $x<0$
- $e^x-1>0$ يعني $x>0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
e^x-1	$-$	0	$+$

7) المعادلة $e^x=a$:

- إذا كان $a\le 0$ فإن : المعادلة $e^x=a$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$.
- إذا كان $a>0$ فإن : $e^x=a$ تكافئ $x=\ln a$.

8) مشتقة الدالة e^u :

$$(e^u)'=u'\times e^u$$

9) النهايات الشهيرة :

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$

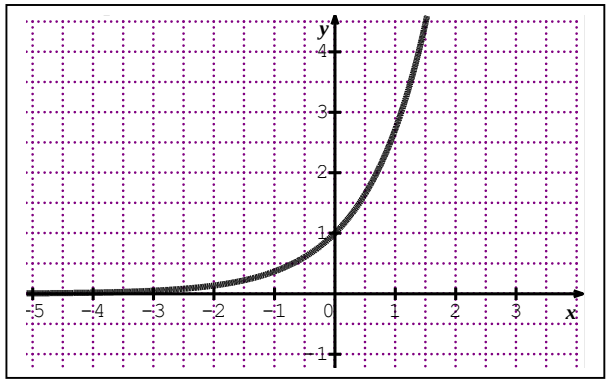
$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^x-1}{x}\right)=1$$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^n\,e^x\right)=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{e^x}{x^n}\right)=+\infty$

9) جدول التغيرات الدالة $\exp$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$\exp'(x)$		$+$	
$\exp(x)$	0	↗	$+\infty$

10) منحنى الدالة $\exp$



11) المعادلات التفاضلية من الشكل : $y'=ay+b$

a و b ثابتان حقيقيان حيث $b\neq 0$.

حلول المعادلة التفاضلية $y'=ay+b$ هي الدوال f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=c\,e^{ax}-\dfrac{b}{a}$ مع c ثابت حقيقي .